

COURS SCIENCES DU SOL

TRANSFERTS D'EAU DANS LE SOL

1. GENERALITES

1.1 Définitions préalables

Les processus qui se déroulent dans le sol et notamment les transferts d'eau peuvent être *uniformes* (invariants dans le temps et dans l'espace), *permanents* (constants dans le temps) ou *transitoires*, dans le cas le plus général.

Par rapport à la vitesse d'écoulement, on distingue les *écoulements laminaires* (écoulements lents dans lesquels les filets liquides glissent les uns sur les autres en couches superposées et parallèles, sans se mélanger) et les *écoulements turbulents* (le mouvement des particules fluides est désordonné et les couches voisines s'interpénètrent). Le critère de séparation entre les deux régimes d'écoulement est la valeur du nombre de Reynolds, Re :

$$Re = \frac{v d}{\nu} < 1 \text{ à } 10 \text{ pour des écoulements laminaires dans le sol}$$

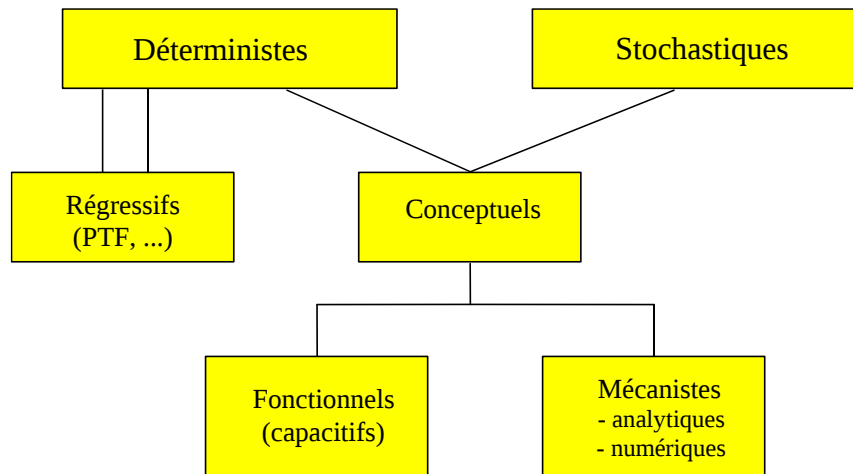
- v : vitesse moyenne de l'eau (m s⁻¹)
- d : diamètre des pores (souvent remplacé par le diamètre moyen des particules) (m)
- ν : viscosité cinématique (m² s⁻¹)

Variabilité des propriétés des sols

- sol homogène : dont les propriétés peuvent être décrites par une loi de distribution unimodale ; le sol est dit uniforme si la loi de distribution est une fonction de Dirac, non uniforme dans le cas contraire ;
- sol hétérogène : dont les propriétés sont décrites par une loi de distribution plurimodale ;
- sol isotrope : propriétés identiques dans toutes les directions ;
- sol anisotrope : dont les propriétés varient selon la direction considérée.

Catégories de modèles

De nombreuses classifications des modèles mathématiques utilisés en physique du sol ont été proposées. Sans prétendre établir une typologie rigoureuse, on peut néanmoins classer les modèles en trois grandes catégories:



- Les modèles **déterministes** supposent que le système conduit, pour un ensemble d'événements donnés, à une issue unique. Ils sont donc caractérisés par l'unicité de leur réponse à une sollicitation extérieure. Les données d'entrée (données climatiques, données pédologiques, caractéristiques des sols (hydrodynamiques, physiques, chimiques et biologiques), paramètres d'extraction racinaire, caractéristiques du soluté, etc.) de tels modèles sont parfaitement définies. Se recrutent dans cette catégorie :
 - Les modèles **empiriques** qui établissent une relation entre la variable simulée et d'autres variables sur la base d'une série d'expériences ou d'une série de données historique, sans prise en compte des mécanismes fondamentaux. Les plus communs sont les modèles régressifs qui reposent sur des corrélations simples ou multiples entre un paramètre inconnu et plusieurs autres attributs du milieu (fonctions de pédotransfert PTF, par exemple); se rattachent également à cette catégorie les modèles à "réseaux de neurones" ou ceux basés sur de fonctions de transfert (hydrogramme unitaire, intégrale de convolution, etc.); ces modèles transforment le signal d'entrée en un signal de sortie en prenant en compte de façon globale la totalité des processus qui se déroulent dans le système. Les modèles empiriques ne font appel qu'aux seules variables d'entrée et de sortie, le système impliqué étant considéré comme une boîte noire; ils s'appuient sur des fonctions et paramètres globaux sans signification physique ou non directement liés à des propriétés mesurables. Bien qu'utiles, de tels modèles ne peuvent être utilisés en dehors du domaine d'observation, tant à des fins d'extrapolation (événements extrêmes), d'estimation de l'impact d'un aménagement ou de transposition à d'autres bassins jugés similaires.
 - Les modèles **conceptuels** ("réservoirs" ou capacitifs) qui reposent sur une schématisation (conceptualisation) de la réalité, c'est à dire sur un schéma de fonctionnement, forcément déformé, incomplet et très simplifié. Ils considèrent que le système est constitué d'un assemblage de réservoirs interconnectés. Le fonctionnement de chaque réservoir est décrit par deux types d'équation :
 - une équation de bilan qui relie les variations de niveau de l'eau dans le réservoir aux flux entrants et sortants sur la base du principe de conservation ;
 - une loi de vidange pour chaque orifice (fonction linéaire ou puissance du niveau, fonction exponentielle décroissante pour le tarissement, etc.).

Connaissant le niveau initial des réservoirs et les conditions aux limites (précipitations, irrigations, ET, etc.) on peut, à chaque pas de temps, simuler, l'évolution des niveaux et des flux entrants et sortants.

Ces modèles (modèle de Stanford, GR3, etc.) sont simples au point de vue mathématique, nécessitent peu de données, sont faciles à résoudre et sont surtout utilisés pour définir des principes de gestion appropriés.

- Les modèles **à base physique** (mécanistes) reposent sur l'utilisation des mécanismes fondamentaux connus pour décrire le système; ils simulent les processus à l'échelle macroscopique au moyen d'équations aux dérivées partielles établies à partir des lois physiques que l'on considère impliquées dans les transferts (Darcy, Fick, Fourier, loi de continuité, etc.). Ces modèles font intervenir de nombreux paramètres caractérisant les propriétés physiques du milieu, en principe mesurables, dont la détermination est parfois ardue. Leur résolution exige en général le recours à des méthodes numériques (différences finies ou éléments finis). Pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, la solution de ces modèles permet de simuler en tout point et à tout instant l'évolution du système étudié. Jusqu'ici, ils ont surtout été vérifiés sur des essais de laboratoire et utilisés comme outils d'interprétation des résultats expérimentaux. Leur utilité comme outils de prédiction dans des conditions de terrain est limitée par la grande diversité des paramètres auxquels ils font appel, la variabilité spatio-temporelle de ces paramètres et les temps de calcul importants. Par ailleurs, la complexité de tels modèles n'offre aucune garantie de précision des résultats. Toutefois, ils présentent l'intérêt considérable d'imposer une réflexion approfondie sur les processus impliqués dans le transport de matière et d'énergie.
- Les modèles **stochastiques** dans lesquels les variables d'entrée sont considérées comme étant des variables aléatoires caractérisées par des fonctions de densité de probabilités. Toute solution particulière n'est qu'une réalisation d'un ensemble de solutions possibles. On peut ainsi estimer la probabilité de réalisation d'un résultat particulier. L'avantage de tels modèles est que l'incertitude sur les données d'entrée se reflète sur les résultats de la modélisation. La méthode la plus couramment retenue consiste à faire tourner le modèle mécaniste retenu à de nombreuses reprises avec des données tirées aléatoirement des fonctions de densité de probabilités (procédure de Monte Carlo, par ex.). Chaque tirage fournit un résultat de modélisation. En multipliant les tirages, on obtient une loi de distribution des variables de sortie.

D'autres classifications regroupent les modèles selon :

- leur mode de résolution : modèles analytiques et numériques ;
- la façon de simuler les différents sous-systèmes : les modèles réductionnistes reposent sur une approche sectorielle : chaque sous-système fait l'objet d'une modélisation séparée. Les modèles holistiques prennent en compte l'ensemble des sous-systèmes, ainsi que leurs interactions ;
- leur objectif: recherche, régulation, gestion, éducation, prévision, etc.

Hypothèses de base

Les modèles mécanistes qui seront seuls présentés par la suite reposent généralement sur les hypothèses suivantes:

- matrice poreuse rigide, souvent considérée comme homogène et isotrope ;
- phase liquide incompressible ;
- phase gazeuse continue et à pression atmosphérique ;
- température constante ;
- les différentes grandeurs qui interviennent dans les transferts (flux, teneur en eau, vitesse, etc.) sont représentées par des valeurs moyennes à l'échelle macroscopique.

1.2 Description mathématique des transferts

Les transferts de matière ou d'énergie dans le sol, quelle que soit leur nature (eau, gaz, solutés, chaleur), font intervenir deux processus qui se superposent :

- un mouvement, c'est-à-dire un changement de position par rapport à la matrice solide. Le mouvement est décrit par une *loi dynamique* ;
- une variation de stock dans le temps (accumulation ou libération). Ces variations sont le résultat d'influences externes (précipitations, évaporation, drainage), de consommation (extraction racinaire) ou apports locaux, d'échanges avec d'autres phases (gel, évaporation, condensation) ou de transformations internes au système ; les apports, prélèvement ou transformations internes s'expriment en terme de source (production) ou de puits (disparition). Les variations de stock sont décrites quantitativement par la *loi de la conservation de la matière* exprimée par l'équation de continuité.

La description globale des transferts s'obtient donc en associant une loi dynamique à l'équation de continuité.

1.2.1 Loi dynamique

Une telle loi exprime que le mouvement (flux) résulte de l'action d'une force motrice (gradient de potentiel) :

$$\vec{J} = -K \vec{\text{grad}} \Phi$$

$\vec{J}$: flux ou densité de flux
 K : coefficient de transport
 Φ : potentiel énergétique (densité d'énergie)
 $\vec{\text{grad}} \Phi$: force motrice

Les lois dynamiques utilisées le plus fréquemment en physique du sol sont :

- *loi de Darcy* qui exprime que le flux d'eau est proportionnel au gradient de potentiel hydraulique ;
- *loi de Fourier* qui traduit la proportionnalité entre le flux de chaleur et la température ;
- *loi de Fick* qui exprime que le flux diffusif de gaz ou de soluté est proportionnel au gradient de concentration.

1.2.2 Loi de conservation

Cette loi exprime le principe de la conservation de la matière et de l'énergie :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\text{div} \vec{J} + \sum r_i$$

- E : concentration volumique de l'élément considéré ;
 t : temps ;
 r_i : différents taux d'apport, de prélèvement ou de transformation à l'intérieur du système.

2. TRANSFERTS EN MILIEUX SATURES

2.1 Loi de Darcy

L'écoulement de l'eau dans le sol est un processus extrêmement complexe qui ne peut être décrit à l'échelle microscopique car les pores sont très irréguliers, tortueux et interconnectés par des passages très étroits ou terminés en cul de sac. On décrit donc l'écoulement au moyen d'un vecteur de flux d'écoulement qui représente la moyenne globale des flux microscopiques dans un volume de sol suffisamment grand, comparé aux dimensions des pores et aux hétérogénéités microscopiques (volume élémentaire représentatif).

Etablissement de la loi de Darcy

Soit un système dans lequel l'eau s'écoule à débit Q à travers un élément de sol horizontal saturé de section S et de longueur Δx , macroscopiquement uniforme, entre deux réservoirs placés à des niveaux différents (Fig. 1).

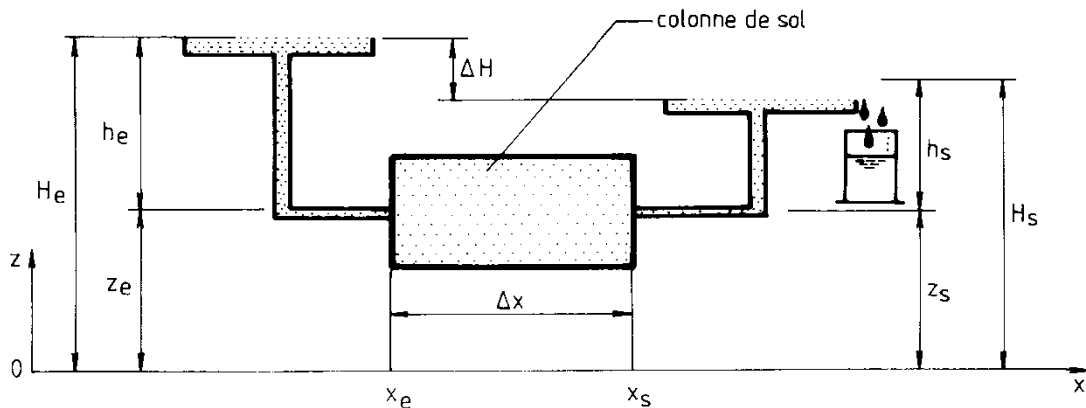


Fig. 1 : Écoulement dans une colonne horizontale saturée (Hillel, 1980)

On peut considérer de façon intuitive que le débit est proportionnel à la différence de niveau entre les réservoirs ($Q \sim \Delta H$) et à la section de la colonne ($Q \sim S$) et inversement proportionnel à la longueur de la colonne ($Q \sim 1/\Delta x$), soit :

$$Q \propto S \frac{\Delta H}{\Delta x}$$

En introduisant un facteur de proportionnalité K_s et un signe négatif pour tenir compte du fait que l'écoulement se déroule dans le sens des charges décroissantes (d'une charge élevée vers une charge plus faible), on obtient :

$$Q = -K_s S \frac{\Delta H}{\Delta x}$$

ou encore :

$$q = -K_s \frac{\Delta H}{\Delta x}, \text{ en posant : } \frac{Q}{S} = q$$

ΔH : perte de charge à travers l'élément de sol ;

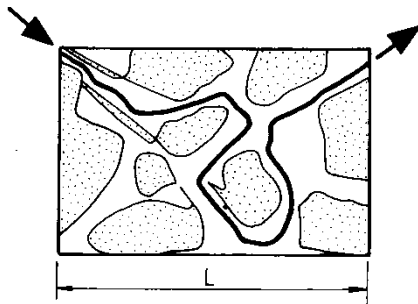
$\frac{\Delta H}{\Delta x}$: perte de charge par unité de longueur dans la direction de l'écoulement (appelée aussi gradient hydraulique) ; c'est la force motrice ;

K_s : conductivité hydraulique à saturation. Ce paramètre exprime la capacité qu'a le sol à transmettre de l'eau ; il doit être déterminé expérimentalement dans chaque cas ;

q : débit spécifique (débit par unité de surface), densité de flux ou simplement flux. Le flux représente le volume d'eau écoulé par unité de surface de sol et par unité de temps ; il a donc les dimensions d'une vitesse (c'est la vitesse fictive qu'aurait l'eau si elle se déplaçait à travers toute la surface S de la colonne).

Pratiquement l'écoulement se fait uniquement dans la fraction de la surface occupée par la porosité. La surface réelle d'écoulement est donc inférieure à S , si bien que la vitesse moyenne réelle v est supérieure au flux q ; en fait, $v = q / n$ (v représente la vitesse moyenne de pore et n la porosité totale).

Les filets liquides ne suivent pas un cheminement rectiligne, mais relativement tourmenté, à cause de la tortuosité (Fig. 2). La tortuosité T se définit comme le rapport du cheminement moyen effectif au cheminement apparent ou rectiligne. C'est donc un paramètre sans dimension, toujours supérieur à 1.



l = longueur du cheminement réel

L = cheminement rectiligne

$$T = \frac{l}{L} \geq 1$$

Fig. 2 : Tortuosité des filets liquides

On utilise parfois le "facteur de tortuosité τ " qui est égal à l'inverse de la tortuosité :

$$\tau = \frac{1}{T} \quad 0.3 < \tau < 0.7$$

La loi de Darcy s'applique à n'importe quel couple de points d'un milieu saturé, pourvu que la différence de charge entre les deux points soit connue:

- Ecoulement horizontal : $q = -K_s (H_2 - H_1) / (x_2 - x_1)$
- Ecoulement vertical : $q = -K_s (H_2 - H_1) / (z_2 - z_1)$

L'utilisation de la loi s'accompagne généralement des étapes suivantes:

1. définition d'un plan de référence ;
2. détermination de deux points où la charge est connue ;
3. calcul du gradient de charge hydraulique entre ces deux points ;
4. introduction dans l'équation de Darcy.

Lorsque la charge hydraulique ne varie pas linéairement le long de la direction d'écoulement (écoulement non permanent par exemple), il faut considérer les valeurs locales du gradient. La loi de Darcy prend une forme différentielle et s'écrit, toujours à une dimension et dans une direction quelconque :

$$q = -K_s \frac{\partial H}{\partial s}$$

Pour un écoulement horizontal : $q = -K_s \frac{\partial H}{\partial x}$

Pour un écoulement vertical : $q = -K_s \frac{\partial H}{\partial z}$

Dans un système à 3 dimensions, l'équation de Darcy devient :

$$\vec{q} = -K_s \vec{\text{grad}} H$$

Cette loi indique que l'écoulement se fait dans la direction de la force motrice représentée par le gradient hydraulique :

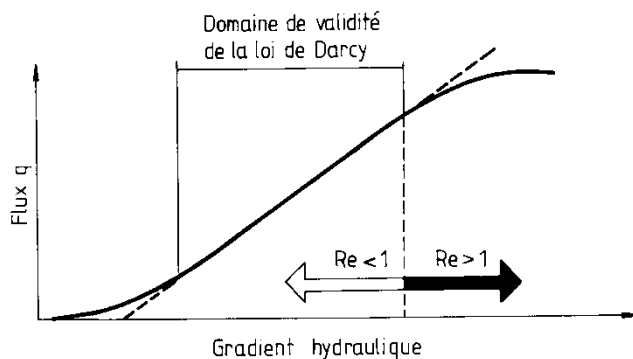
$$\vec{\text{grad}} H = \vec{\nabla} H = \left(\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) H = \vec{i} \frac{\partial H}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial H}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial H}{\partial z}$$

∇ : opérateur du gradient (nabla)

Le flux q est donc un vecteur de direction perpendiculaire aux équipotentielles. Par la suite, pour des raisons de simplification d'écriture, nous n'indiquerons plus les grandeurs vectorielles mais nous laisserons au lecteur le soin de placer des flèches sur les variables qui peuvent s'en prévaloir.

Validité de la loi de Darcy

La loi de Darcy n'a pas une portée universelle. Elle s'applique uniquement aux régimes d'écoulement laminaires qui régissent habituellement les transferts dans les sables fins, les silts et les argiles (pour lesquels le nombre de Reynolds $Re < 1$ à 10). Dans les sables grossiers et surtout les graviers, les vitesses d'écoulement peuvent être élevées et un régime turbulent peut se développer. Dans ce cas, la relation entre le flux et le gradient n'est plus linéaire (Fig. 3).



$$q^m = -K_s \text{grad } H$$

(pour $1 < Re < 60$)

Pour $Re > 60$: régime turbulent. La loi de Darcy n'est pas applicable.

Fig. 3 : Domaine de validité de la loi de Darcy (Musy et Soutter, 1991)

A l'autre extrémité, dans les sols très argileux où les vitesses d'écoulement sont extrêmement faibles, des déviations à la loi de Darcy ont également été signalées. Les écoulements sont "moins" que proportionnels au gradient. Ceci pourrait s'expliquer par la prédominance des forces d'adsorption qui confèrent à l'eau des propriétés différentes de celles de l'eau ordinaire.

Toutefois, ces phénomènes sont d'une importance pratique tout à fait marginale et la loi de Darcy peut être utilisée dans la grande majorité des cas pour décrire l'écoulement de l'eau dans le sol.

Exemples d'applications

1. Ecoulement dans une colonne verticale (Fig. 4)

Soit une colonne verticale homogène saturée de hauteur L , de section S et de conductivité hydraulique K_s . Le niveau supérieur est soumis à une charge d'eau constante l . La colonne repose sur une grille qui laisse l'eau s'écouler.

Calculer le flux et le débit au bas de la colonne, en régime d'écoulement permanent.

Le flux se calcule au moyen de la loi de Darcy : $q = -K_s \frac{dH}{dz}$

Or, par hypothèse, le sol est homogène et l'écoulement permanent, si bien que la conductivité hydraulique K_s et le flux q sont constants.

Le gradient $\frac{dH}{dz}$ est donc également constant, ce qui signifie que H varie linéairement avec la cote z .

L'équation de Darcy peut s'écrire dans ce cas : $q = -K_s \frac{\Delta H}{\Delta z}$

La procédure de calcul du flux est la suivante :

- 1) choix d'un plan de référence altimétrique et de la direction de l'axe z : bas de la colonne, par exemple, avec l'axe z orienté positivement vers le haut ;
- 2) détermination de la perte de charge ΔH entre 2 points où la charge est connue (entrée et sortie de la colonne, par exemple) :

$$\Delta H = \text{charge à l'entrée } H_e - \text{charge à la sortie } H_s$$

$$H_e = h_e + z_e = l + L$$

$$\Delta H = l + L$$

$$H_s = h_s + z_s = 0 + 0 = 0$$

- 3) calcul du gradient de charge hydraulique : $\frac{\Delta H}{\Delta z} = \frac{\Delta H}{L} = \frac{l+L}{L}$

- 4) calcul du flux : $q = -K_s \frac{l+L}{L} = -K_s \frac{l}{L} - K_s$

- 5) calcul du débit : $Q = qS = -K_s S \frac{l+L}{L}$ (le signe négatif signifie que l'écoulement est opposé à la direction de l'axe z).

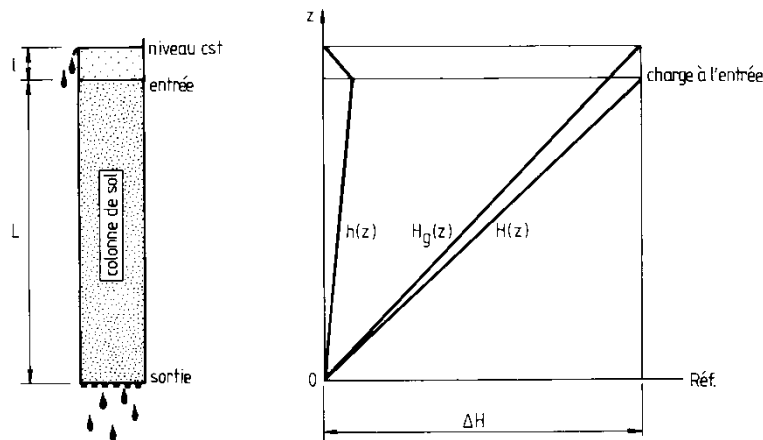


Fig. 4 : Diagramme des potentiels relatif à un écoulement permanent en sol homogène saturé

2. Écoulement vertical dans un sol stratifié

Soit une colonne de sol saturé constituée de 2 couches superposées. La couche supérieure d'épaisseur L_1 présente une conductivité hydraulique K_1 , la couche inférieure d'épaisseur L_2 une conductivité hydraulique K_2 . Le système est alimenté sous une charge constante l . Calculer le flux en régime permanent.

Soient H_e la valeur de la charge hydraulique à l'entrée, H_i à l'interface entre les deux couches et H_s à la sortie.

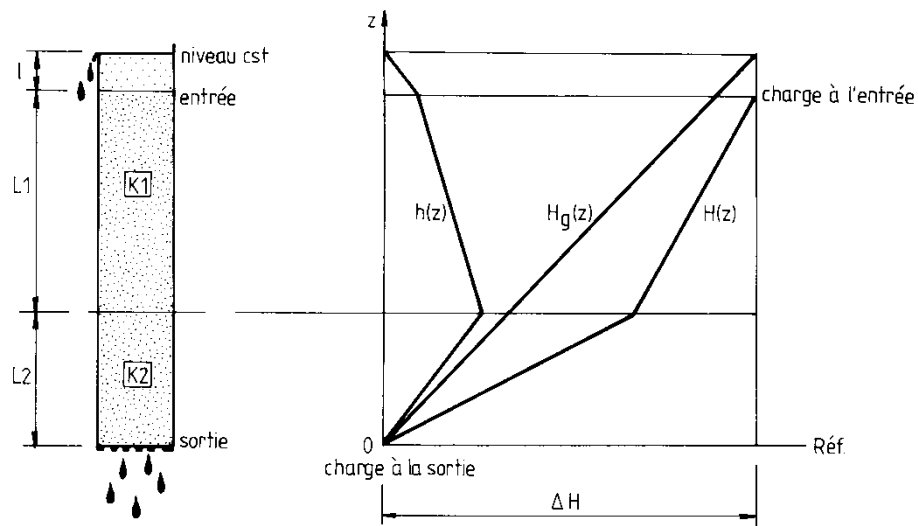


Fig. 5 : Diagramme des potentiels dans un milieu saturé à 2 couches

En régime d'écoulement permanent saturé: $\frac{\partial q}{\partial z} = 0$. Le flux est donc le même dans les 2 couches ($q_1 = q_2 = q$), si bien que le gradient de charge est inversement proportionnel aux valeurs de K dans les différentes couches. Par application de la loi de Darcy :

$$q = -K_1 \frac{H_e - H_i}{L_1}$$

$$-q L_1 = K_1 H_e - K_1 H_i$$

$$H_i = H_e + q \frac{L_1}{K_1}$$

$$q = -K_2 \frac{H_i - H_s}{L_2}$$

$$-q L_2 = K_2 H_i - K_2 H_s$$

$$H_i = H_s - q \frac{L_2}{K_2}$$

$$\Rightarrow H_e + q \frac{L_1}{K_1} = H_s - q \frac{L_2}{K_2}$$

$$\text{ou : } H_s - H_e = q \left(\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} \right) \quad \text{soit : } q = \frac{-H_e + H_s}{L_1/K_1 + L_2/K_2}$$

$$\text{avec : } H_e = h_e + z_e = l + L_1 + L_2 \quad H_s = 0$$

- $K_1 > K_2$: une pression positive se développe à l'interface entre les 2 couches, si bien qu'une nappe perchée temporaire se forme ;
- $K_1 < K_2$: cas de dégradation de la structure en surface, encroûtement, battance, compactage et tassement par les machines et les animaux.

2.2 Conductivité hydraulique à saturation

Notions de conductivité hydraulique et de perméabilité

La conductivité hydraulique à saturation K_s caractérise l'aptitude du sol à laisser circuler de l'eau. Elle correspond au rapport du flux au gradient de charge hydraulique :

$$K_s = - \frac{q}{dH/dz}$$

La conductivité est influencée par les propriétés du milieu et celles du fluide :

- milieu :
 - *texture* : les sols grossiers laissent plus facilement circuler un fluide que les sols argileux ou les sols sablo-limoneux ;
 - *structure* : la conductivité est plus élevée en sols à forte porosité, fracturés ou en agrégats qu'en sols denses et compacts. Elle dépend essentiellement de la dimension et de la distribution des pores, notamment des macropores (fissures, trous de vers de terre, chenaux de racines mortes, etc.)

L'influence du milieu est exprimée par sa perméabilité, c'est-à-dire sa capacité à laisser circuler un fluide quelconque. Cette propriété caractéristique du sol est appelée perméabilité intrinsèque k . Ses dimensions sont celles d'une longueur au carré (m^2).

- fluide : essentiellement à travers sa viscosité et sa densité. Les propriétés du liquide sont prises en compte par sa fluidité f ($m^{-1} s^{-1}$) qui est :

~ proportionnelle au poids volumique $g \rho_l$;

~ inversement proportionnelle à la viscosité dynamique μ ;

$$f = \frac{g \rho_l}{\mu} = \frac{g}{\nu}$$

g : accélération de la pesanteur ($m s^{-2}$)

ρ_l : masse volumique du fluide ($kg m^{-3}$)

μ : viscosité dynamique (Pa · s) ou ($Kg m^{-1} s^{-1}$)

ν : viscosité cinématique ($m^2 s^{-1}$)

La conductivité hydraulique est égale au produit de la perméabilité intrinsèque k et de la fluidité f de l'eau :

$$K_s = k f$$

soit encore :
$$K_s = \frac{k \rho_l g}{\mu}$$

La perméabilité intrinsèque est théoriquement une propriété caractéristique du milieu qui devrait rester constante quel que soit le fluide transporté. Ceci n'est pas toujours vérifié car le fluide peut influencer la matrice par le biais de processus physico-chimiques et biologiques (par exemple des variations de concentration ou la présence de certains sels peuvent provoquer un gonflement, une dispersion ou une floculation des argiles). En général la conductivité hydraulique diminue lorsque la concentration du sol baisse. En fait, il est rare de pouvoir dissocier la conductivité en propriétés intrinsèques du milieu et de l'eau et la portée pratique des équations ci-dessus est très limitée.

Par ailleurs, la conductivité hydraulique varie linéairement avec la viscosité du fluide, elle-même étroitement dépendante de la température. On peut donc obtenir la valeur de la conductivité hydraulique K_{t2} à une température t_2 à partir de la valeur de K_{t1} à une température t_1 par l'expression :

$$K_{t2} = \frac{\mu_{t1}}{\mu_{t2}} K_{t1}$$

Valeurs indicatives de K_s

Nature du sol	K_s en $m s^{-1}$		K_s en $m j^{-1}$	
Sols argileux de surface	10^{-7}	à 10^{-6}	0.01	à 0.1
Sols limoneux de surface	10^{-6}	à 10^{-5}	0.1	à 1
Sable fin	10^{-5}	à 5×10^{-5}	1	à 5
Sable moyen	5×10^{-5}	à 2.5×10^{-4}	5	à 20
Sable grossier	2.5×10^{-4}	à 10^{-3}	20	à 100
Gravier	> 10^{-3}			

Les matériaux consolidés (roches diverses, grès, éléments carbonatés, etc.) présentent des valeurs de conductivité hydraulique très variables selon leur porosité fissurale (fissures, chenaux d'altération ou de dissolution des roches carbonatées, etc.).

2.3 Mesure de la conductivité hydraulique à saturation K_s

La valeur de K_s peut être déterminée en laboratoire, sur des échantillons de sol ou, de préférence, sur les sols en place.

Rem. : En l'absence de mesures directes, on fait parfois appel à des formules empiriques qui cherchent à lier la conductivité hydraulique à certaines propriétés du sol (granulométrie, porosité, distribution des pores, surface spécifique, etc.). De nombreuses tentatives ont été effectuées pour aboutir à des relations de portée générale, sans succès probant. On peut citer :

- Formule de Hazen (utilisable pour les sables) :

$$K_s = (D_{10})^2 \quad D_{10} \text{ en mm (diamètre efficace); } K_s \text{ en cm s}^{-1}$$

- Formule de Kozeny :

$$K_s = 7.94 \frac{n^3}{(n-1)^2} \tau d_e^2 \quad (\text{cm s}^{-1})$$

n : porosité ($\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$)

τ : coefficient de correction de température (proche de 1 aux températures habituelles du sol)

d_e : diamètre "effectif" des grains (mm)

- Equations basées sur la distribution de la dimension des pores (Burdine, 1953; Marshall, 1958; Millington et Quirk, 1961; Mualem, 1976; etc.); surtout valables pour les matériaux grossiers où les phénomènes capillaires dominent.

a) Méthodes de laboratoire

En laboratoire il est relativement facile de réaliser des expériences dans le cadre de conditions aux limites bien spécifiées pour lesquelles des formules d'interprétation analytiques sont disponibles ; de telles conditions sont plus difficiles à créer in situ. A cet effet, on utilise des perméamètres et on opère sur des échantillons de sol non remaniés. On mesure le débit qui traverse l'échantillon. Deux types de perméamètres sont utilisés: à charge constante pour les sols grossiers (sables et graviers) et à charge variable pour les sols fins (silts et argiles).

- Perméamètre à charge constante

On mesure le débit Q qui traverse, en régime permanent, un échantillon de sol de hauteur L et de section S , sous une charge d'eau constante l (Fig. 6).

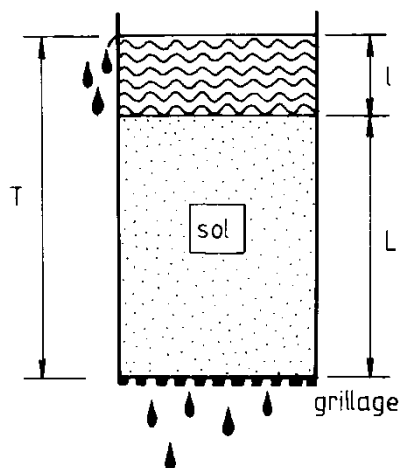


Fig. 6 : Perméamètre à charge constante

En plaçant la référence altimétrique au bas de la colonne et en orientant l'axe z positivement vers le haut, on obtient par la loi de Darcy :

$$Q = -K_s S \frac{\Delta H}{\Delta z} \quad \Rightarrow \quad K_s = -\frac{Q \Delta z}{S \Delta H}$$

$$\Delta H = H_e - H_s = L + l - 0 = T$$

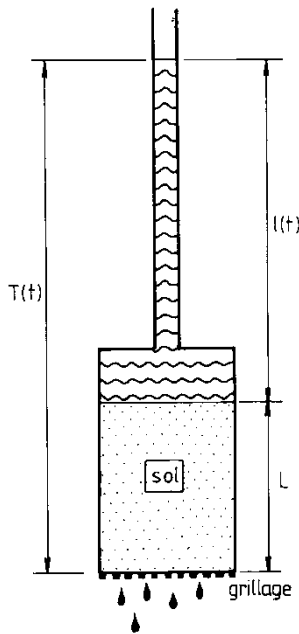
(e et s : indices relatifs à l'entrée et la sortie de l'échantillon de sol)

$$\Delta z = z_e - z_s = L$$

$$\Rightarrow \quad K_s = -\frac{Q L}{S T}$$

(le débit est négatif puisque l'écoulement se fait vers le bas et est donc opposé à l'axe z).

- *Perméamètre à charge variable*



On mesure l'abaissement du niveau d'eau dans le tube d'alimentation entre 2 instants t_1 et t_2 . Ce dernier présente une très faible section s par rapport à celle de l'échantillon S (Fig. 7).

- débit dans le tuyau d'alimentation :

$$Q = \frac{dV}{dt} = s \frac{dT(t)}{dt}$$

- débit à travers le sol :

$$Q = -K_s S \frac{\Delta H}{\Delta z}$$

$$\Delta H = H_e - H_s = L + l(t) - 0 = T(t)$$

$$\Delta z = z_e - z_s = L$$

$$\Rightarrow Q = -K_s S \frac{T(t)}{L}$$

Fig. 7 : *Perméamètre à charge variable*

En égalant les 2 expressions du débit et en intégrant :

$$-\frac{K_s S}{L} \int_0^t dt = s \int_{T_0}^T \frac{dT(t)}{T(t)} \quad -\frac{K_s S}{L} t = s \ln \frac{T_0}{T(t)} = -s \ln \frac{T(t)}{T_0}$$

$$\Rightarrow K_s = \frac{s L}{S t} \ln \left(\frac{T_0}{T(t)} \right) \quad \text{soit aussi:} \quad \ln \left(\frac{T_0}{T(t)} \right) = \frac{K_s S}{L s} t = \beta t$$

β : pente de la droite $\ln \left(\frac{T_0}{T(t)} \right)$ en fonction de t .

Connaissant L , s et S , on peut calculer K_s après avoir mesuré T_0 et $T(t)$ aux temps t_0 et t . En pratique, on répète les mesures à différents temps t .

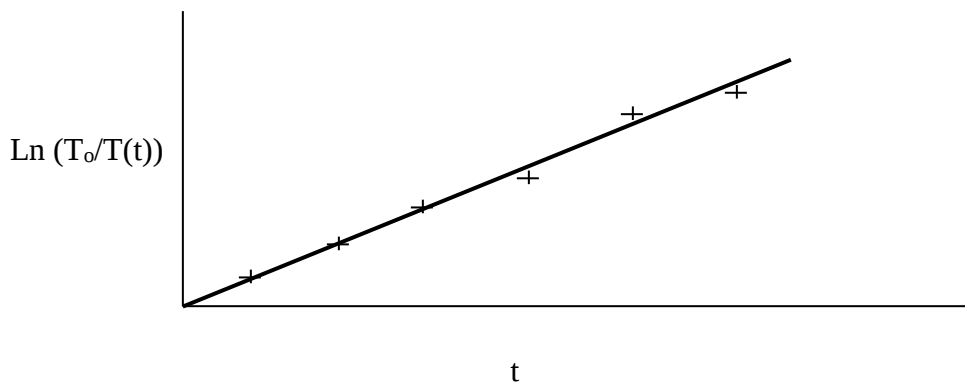


Fig. 8 : *Exemple de résultats de mesures réalisées avec un perméamètre à charge variable*

b) Méthodes de terrain

En **présence d'une nappe** dans la zone où l'on veut mesurer la conductivité hydraulique :

- *Méthode du trou de tarière (ou de remontée de nappe)*

La méthode repose sur l'observation de la vitesse de remontée de l'eau dans un trou de tarière foré dans la nappe. La mesure est effectuée après avoir vidé le forage à plusieurs reprises, à l'aide d'une pompe. La vidange doit se faire d'un trait, aussi rapidement que possible, pour éviter que la nappe ne s'incurve. L'interprétation des résultats expérimentaux fait appel, selon les cas, aux formules de Diserens, Hooghoudt, Ernst, Boast et Kirkham, etc. (cf. par ex. Amoozegar et Warrick, 1986).

- *Essais de pompage*

Ces essais, fiables, mais longs et laborieux, sont surtout utilisés pour les prospections hydrogéologiques. Ils fournissent des valeurs de la conductivité hydraulique moyenne sur un volume important de sol et donnent également les valeurs de la transmissivité et du coefficient d'emménagement (Castany, 1968; Bouwer, 1978). Il peut s'agir :

- d'essais en régime permanent sur des puits complets; dans ce cas, l'interprétation est basée sur l'usage des formules de Dupuit, Porchet, Thiem ou Guyon ;
- d'essais en régime transitoire pour lesquels l'interprétation fait appel aux formules de Theiss, Jacob, etc.

En l'**absence de nappe**:

- *Méthode par infiltration à charge variable*

Cette méthode repose sur l'observation de la vitesse d'abaissement de l'eau dans un trou de tarière préalablement rempli d'eau à plusieurs reprises; l'interprétation repose généralement sur la formule de Porchet.

- *Méthode par infiltration à charge constante*

La mesure porte sur le débit stabilisé (en régime permanent) qu'il faut injecter dans un forage pour maintenir une charge d'eau constante (solution de Glover). On utilise fréquemment un appareil spécialement développé à cet effet, le perméamètre de Guelph (Elrick et Reynolds, 1992).

3. TRANSFERTS EN MILIEUX NON SATURÉS

3.1 Equation des transferts

3.1.1 Loi dynamique (Darcy)

En milieu non saturé, la conductivité hydraulique n'est pas constante, mais elle varie avec la teneur en eau θ et la charge de pression h . Une diminution de l'humidité se traduit par une décroissance très rapide de la conductivité hydraulique, si bien que $K = K(\theta)$.

La loi de Darcy étendue aux milieux non saturés s'écrit donc : $q = -K(\theta) \text{ grad } H$

ou encore, puisque $H = h(\theta) - z$: $q = -K(\theta) \text{ grad}(h(\theta) - z)$

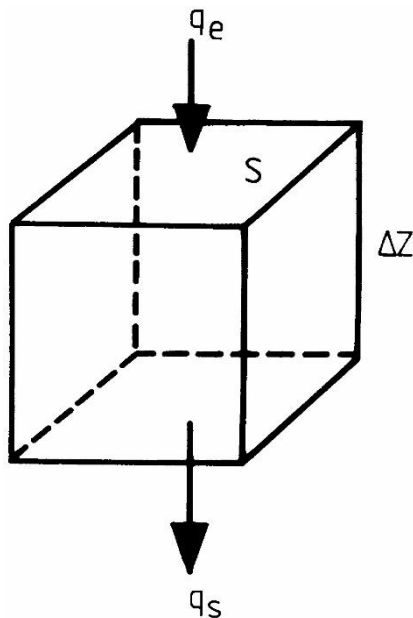
En écoulement unidimensionnel vertical :

$$q = -K(\theta) \frac{\partial H}{\partial z} = -K(\theta) \left[\frac{\partial}{\partial z} (h - z) \right] = -K(\theta) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right)$$

3.1.2 Loi de conservation

Pour un écoulement transitoire ou non permanent, l'équation dynamique ne suffit pas à décrire les transferts puisqu'elle ne fait pas intervenir le temps alors même que les paramètres de l'écoulement sont sujets à des variations temporelles. Il faut lui adjoindre une relation supplémentaire : l'équation de continuité.

En toute rigueur, l'équation de continuité s'obtient par application de la loi de la conservation de la matière à un volume élémentaire de sol. On peut aussi y parvenir de façon intuitive en considérant un petit élément de sol de volume V , de section S et de hauteur Δz qui reçoit pendant un intervalle de temps Δt une masse d'eau M_e et qui cède une masse d'eau M_s (e et s: indices relatifs à l'entrée et à la sortie). Si la masse entrant diffère de la masse sortant, le sol doit nécessairement stocker ou céder de l'eau, occasionnant ainsi une variation d'humidité $\Delta\theta$ et du stock d'eau ΔS .



$$M_s - M_e = \Delta M_w \quad (\text{variation de la masse d'eau})$$

S'agissant d'eau, on peut aussi raisonner en volume :

$$V_s - V_e = \Delta V_w$$

$$V_s = q_s S \Delta t$$

$$\Delta V_w = (q_s - q_e) S \Delta t = \Delta q S \Delta t$$

$$V_e = q_e S \Delta t$$

$$\text{Par ailleurs: } \Delta V_w = -V \Delta\theta = -S \Delta z \Delta\theta$$

(signe négatif car ΔV_w et $\Delta\theta$ sont de signes opposés)

En effet:

$$\text{- si : } V_e < V_s \Rightarrow \Delta V_w > 0 \text{ et } \Delta\theta < 0$$

$$\text{- si : } V_e > V_s \Rightarrow \Delta V_w < 0 \text{ et } \Delta\theta > 0$$

$$\Rightarrow S \Delta z \Delta\theta = -\Delta q S \Delta t \Rightarrow \Delta\theta / \Delta t = -\Delta q / \Delta z$$

$$\text{En passant à la limite : } \partial\theta / \partial t = -\partial q / \partial z$$

La loi de conservation de la matière stipule donc que le taux d'emmagasinement ou de perte en eau par le sol $\frac{\partial\theta}{\partial t}$ correspond aux variations de flux entre l'entrée et la sortie $\frac{\partial q}{\partial z}$.

En présence d'un terme source ou d'un terme puits (extraction racinaire par exemple), l'équation de continuité devient :

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial z} + r_w$$

r_w : taux d'apport ou de prélèvement d'eau par unité de volume de sol (m^3 d'eau m^{-3} de sol s^{-1}), soit (s^{-1}) r_w doit être décrit par une relation mathématique appropriée.

En généralisant à 3 dimensions : $\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{div } q + r_w$

La loi de conservation exprime donc que le régime de variations de la teneur en eau dans le temps est égal au régime de variations spatiales du flux, corrigé d'un éventuel terme source ou puits. Par la suite et pour des raisons de simplification d'écriture, nous admettrons qu'aucun terme source ou puits n'intervient, si bien que la loi de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{div } q$$

3.1.3 Equation générale du mouvement de l'eau

On l'obtient en associant l'équation dynamique à la loi de continuité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} [K(\theta) \text{ grad } H] \quad \text{ou} : \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} [K(\theta) \text{ grad } (h - z)]$$

En écoulement unidimensionnel vertical :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \frac{\partial}{\partial z} (h - z) \right] \quad \text{ou} : \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right]$$

Remarque

En milieu **saturé** incompressible, l'humidité θ est constante. On a donc :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad \text{soit} : \quad 0 = \text{div} (K_s \text{ grad } H)$$

Dans un sol isotrope ($K_{sx} = K_{sy} = K_{sz}$) et homogène (K_s identique en tous points) :

$$\text{div}(\text{grad } H) = 0 \quad \text{ou} : \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \nabla^2 H = 0 \quad (\text{éq. de Laplace})$$

Cette équation aux dérivées partielles de deuxième ordre est de type elliptique. L'obtention d'une solution unique est liée à la spécification de conditions initiales et aux limites. Elle s'applique à d'autres systèmes que l'écoulement de fluides en milieu poreux, notamment au flux de chaleur dans les solides et d'électricité dans les conducteurs. Des solutions analytiques (dont l'intégration algébrique est possible) applicables à certaines conditions aux limites simples existent, mais en général on doit faire appel à des méthodes numériques de résolution. Toutefois, une difficulté est liée au fait que le domaine d'écoulement est limité par la surface libre de la nappe (en contact et en équilibre avec l'atmosphère) dont la forme n'est pas connue. Des simplifications doivent donc être introduites qui conduisent à des solutions approchées. On pose souvent des hypothèses simplificatrices qui permettent de réduire le problème à des équations relativement simples et fournissent des résultats approchés qui suffisent pour de nombreuses applications pratiques. C'est le cas notamment des hypothèses de Dupuit-Forchheimer fréquemment utilisées pour résoudre les problèmes d'écoulement vers les

ouvrages peu profonds (fossés, drains, puits, etc.). Ces hypothèses considèrent que l'écoulement est horizontal et que la vitesse de l'eau est proportionnelle à la pente de la nappe et indépendante de la profondeur.

L'équation générale démontre clairement que l'écoulement de l'eau dans un sol non saturé dépend des deux relations caractéristiques du milieu, à savoir :

- la relation charge de pression-teneur en eau : $h(\theta)$
- la relation conductivité hydraulique-teneur en eau $K(\theta)$ ou conductivité hydraulique-charge de pression $K(h)$.

Ces relations doivent être déterminées expérimentalement car elles dépendent de la structure et de la texture du sol. En général ce ne sont pas des fonctions univoques de l'humidité θ , particulièrement la courbe caractéristique $h(\theta)$ qui diffère selon que l'on se trouve en période d'humidification ou de dessèchement.

La Fig. 9 démontre que la conductivité hydraulique baisse fortement lorsque le sol se désature. A saturation, tous les pores sont pleins et contribuent au transport de l'eau. Au fur et à mesure que le sol se désature, les pores les plus gros se vident et la conduction s'opère dans des pores de plus en plus petits, selon des cheminements de plus en plus tortueux.

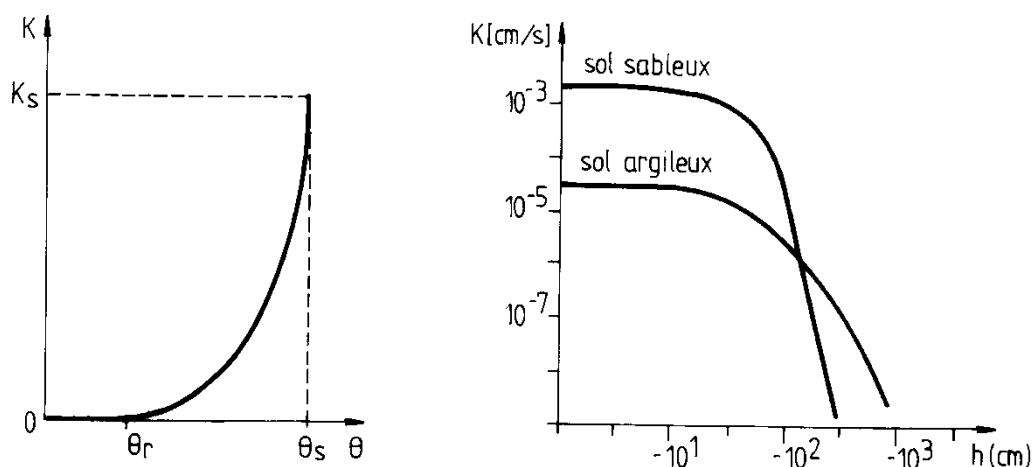


Fig. 9 : Variation de la conductivité hydraulique en fonction de θ et de h

La conductivité hydraulique baisse plus rapidement dans les sols grossiers que dans les sols fins, si bien qu'aux faibles valeurs d'humidité, les sols fins peuvent être plus conducteurs que les sols grossiers.

3.1.4 Résolution de l'équation générale

Le traitement mathématique de l'équation générale des transferts d'eau dans le sol peut être simplifié en faisant appel à des fonctions auxiliaires qui permettent d'exprimer cette équation uniquement en fonction de θ ou de h . Cette démarche suppose que l'on néglige l'hystérèse de la loi $h(\theta)$.

a) Equation en h

On peut retenir comme seule variable dépendante la pression h en faisant appel à la notion de capacité capillaire c définie par : $c(h) = \frac{d\theta}{dh}$. La capacité capillaire traduit l'aptitude d'un sol à retenir ou à libérer l'eau suite à une variation de succion. Etant donné que $h = f(\theta)$ et $\theta = f(x, y, z \text{ et } t)$, la dérivée partielle $\partial h / \partial t$ peut s'écrire (dérivation en chaîne) :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{dh}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{c(h)} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad \text{et donc:} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = c(h) \frac{\partial h}{\partial t}$$

En introduisant cette relation dans l'équation générale, on obtient :

$$c(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div} [K(h) \text{ grad}(h - z)]$$

Cette expression, dite équation de Richards (1931) présente l'avantage d'être applicable à tout le domaine d'écoulement, qu'il soit saturé ou non. En effet, le choix de la teneur en eau θ comme variable aboutit à une indétermination dans la zone saturée puisque sa valeur devient constante. La pression h, par contre, varie continûment dans tout le domaine d'écoulement: elle est positive dans la zone saturée et négative dans la zone non saturée; elle varie également de façon continue entre les différentes couches des sols stratifiés. Les relations $c(h)$ et $K(h)$ peuvent se déduire des fonctions hydrauliques de base $h(\theta)$ et $K(\theta)$.

b) Equation en θ

Si l'on choisit θ comme variable, on aboutit à une équation de forme analogue à celle des équations de diffusion et de conduction de la chaleur en faisant appel à une fonction de diffusivité définie par :

$$D(\theta) = \frac{K(\theta)}{c(h)} = K(\theta) \frac{dh}{d\theta}$$

Par ailleurs, et puisque $h = f(\theta)$ et $\theta = f(x, y, z, t)$, les dérivées partielles $\partial h / \partial x$, $\partial h / \partial y$ et $\partial h / \partial z$ peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{dh}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{dh}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad \text{et :} \quad \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{dh}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

En introduisant ces relations dans l'équation générale, on obtient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} [D(\theta) \text{ grad } \theta] - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} = \text{div} [D(\theta) \text{ grad } \theta] - \frac{dK}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

Cette équation aux dérivées partielles non linéaire du deuxième ordre est dite de Fokker-Planck. Pour la résoudre il est nécessaire de déterminer les fonctions $D(\theta)$ et $K(\theta)$.

La résolution des équations de Fokker-Planck ou de Richards est délicate, étant donné leur forte non linéarité.

Sous certaines hypothèses très restrictives et pour des problèmes particuliers, elles peuvent être résolues par des procédés analytiques (intégrées algébriquement).

Dans le cas le plus général, on fait appel à des méthodes numériques (éléments finis, différences finies, etc.). La solution de ces équations permet d'obtenir les variations temporelles du champ d'humidité $\theta(x,y,z,t)$ ou de charge de pression $h(x,y,z,t)$.

L'obtention d'une solution unique est liée à la spécification de conditions initiales et aux limites appropriées.

3.2 Application à l'étude expérimentale des transferts dans le sol et des échanges nappe-sol-atmosphère

Remarque introductive

L'estimation des quantités d'eau transférées entre le sol, la nappe et l'atmosphère, repose sur la mesure simultanée des variations spatio-temporelles de teneur en eau et de pression (Fig. 10 et 11). Les méthodes présentées par la suite supposent que l'écoulement dans le sol est essentiellement vertical. Cette hypothèse n'est plus correcte, par ex., en présence de couches retardatrices qui peuvent créer des nappes perchées temporaires et générer des écoulements latéraux.

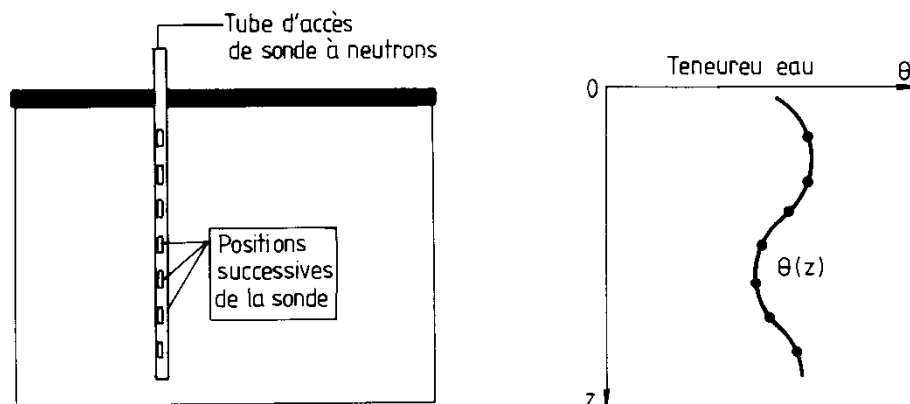


Fig. 10 : Mesure de la teneur en eau à différentes profondeurs et tracé du profil hydrique correspondant

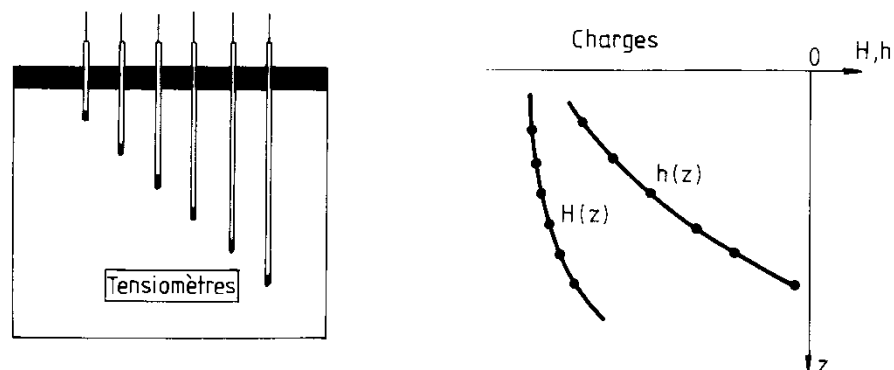


Fig. 11 : Mesure de la charge de pression à différentes profondeurs et tracé du profil de pression et du profil de charge correspondants

a) Détermination de la direction de l'écoulement

L'étude de la forme et de la pente des profils de charge hydraulique permet de déterminer la direction des transferts d'eau. En effet, pour un écoulement vertical, la loi de Darcy s'écrit :

$$\vec{q} = -K(\theta) \frac{dH}{dz} \vec{k}$$

et le signe de $\frac{dH}{dz}$ renseigne sur la direction du flux (Fig. 12). Dans le cas où l'axe z portant le vecteur unitaire $\vec{k}$ est orienté positivement vers le bas :

$$\frac{dH}{dz} = 0 \Rightarrow q = 0 : \text{pas d'écoulement (situation d'équilibre)}$$

$$\frac{dH}{dz} < 0 \Rightarrow q > 0 : \text{écoulement dans le sens de } \vec{k} \text{ et donc descendant}$$

$$\frac{dH}{dz} > 0 \Rightarrow q < 0 : \text{écoulement opposé à } \vec{k} \text{ (écoulement ascendant)}$$

Dans le cas de la redistribution, le profil de charge hydraulique présente un maximum à la cote $z = z_0$. Le flux est donc nul à cette profondeur. L'écoulement est ascendant au-dessus du plan de flux nul et descendant au-dessous.

Cette situation fait généralement suite à une précipitation ou à une irrigation, en l'absence de nappe phréatique ou lorsque la nappe est profonde. Deux processus se déroulent simultanément:

- en surface l'évaporation provoque un écoulement vers le haut ;
- en profondeur on assiste à une redistribution de l'eau du sol sous l'effet des gradients gravitationnels et de succion. Cette redistribution se traduit par une humectation progressive des couches profondes au détriment des couches supérieures. Le plan de flux nul se déplace généralement progressivement vers le bas.

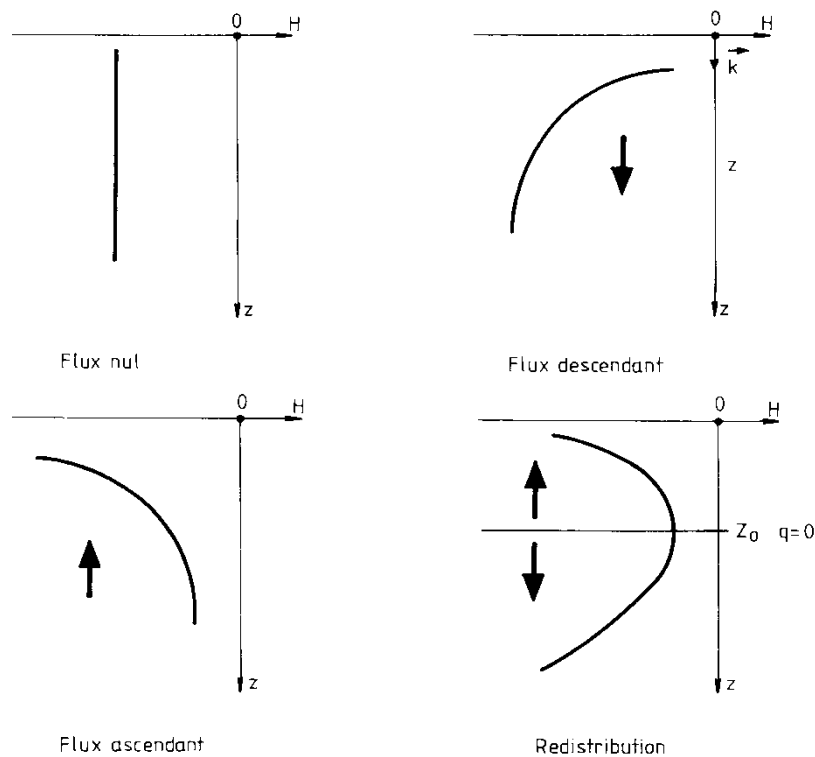


Fig. 12 : Détermination de la direction de l'écoulement à partir de la forme des profils de charge

b) Quantification des flux

La quantification des flux repose sur la mesure de profils hydriques successifs et sur l'intégration de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (\text{en l'absence de terme source ou puits})$$

En intégrant, au temps t , entre deux profondeurs z_1 et z_2 :

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial \theta}{\partial t} dz = - \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial q}{\partial z} dz$$

soit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_1}^{z_2} \theta dz = - \left[q \right]_{z_1}^{z_2} = q_{z_1} - q_{z_2}$$

Variation temporelle
du stock S entre z_1 et z_2

Différence de flux
entre les cotes z_1 et z_2

$$\Rightarrow \frac{\partial S_{z_1-z_2}}{\partial t} = q_{z_1} - q_{z_2}$$

En terme de flux moyen entre 2 mesures aux temps t_1 et t_2 séparés de Δt :

$$q_{z_2} = q_{z_1} - \frac{\Delta S_{z_1-z_2}}{\Delta t} \quad \text{ou:} \quad q_{z_1} = q_{z_2} + \frac{\Delta S_{z_1-z_2}}{\Delta t}$$

q_{z_1} et q_{z_2} : flux d'eau moyens entre les temps t_1 et t_2 et à travers les sections de cote z_1 et z_2 , respectivement

Δt : intervalle de temps compris entre t_1 et t_2

$\Delta S_{z_1-z_2}$: variation du stock entre les profondeurs z_1 et z_2 et les temps t_1 et t_2 ; correspond à la surface comprise entre les profils hydriques mesurés aux temps t_1 et t_2 et les profondeurs z_1 et z_2

Pour pouvoir estimer le flux moyen à une profondeur z_2 , il faut donc connaître :

- le flux moyen à une cote quelconque z_1 ;
- la variation du stock d'eau entre les profondeurs z_1 et z_2 et les temps t_1 et t_2 .

Dans certains cas le flux est connu en un point particulier du profil de sol. Par exemple :

- Flux nul en surface obtenu artificiellement en recouvrant le sol d'une protection (Fig. 13, gauche); dans ce cas :

$$q_{z_1} = q_0 = 0 \quad \text{et donc :} \quad q_z = -\frac{\Delta S_{0-z}}{\Delta t}$$

On peut remarquer que $\Delta S_{0-z} = S_{0-z,t_2} - S_{0-z,t_1} < 0$ et $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$, si bien que le flux est positif et donc orienté vers le bas.

- Flux q_s connu en surface appliqué dans le cadre d'une infiltration à flux constant (Fig. 13, droite) :

$$q_{z_1} = q_0 = q_s \quad \text{et donc :} \quad q_z = q_s - \frac{\Delta S_{0-z}}{\Delta t}$$

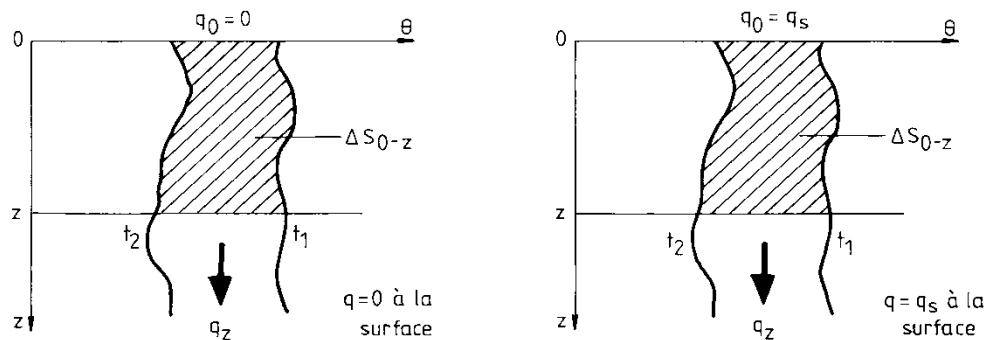


Fig. 13 : Estimation du flux en présence d'un flux nul (gauche) ou connu (droite) en surface

- Flux nul à une profondeur quelconque z_0 (sol en régime d'évaporation et de redistribution simultanées), soit:

$$q_{z_0} = 0$$

- au-dessus du plan de flux nul ($0 < z < z_0$) : $q_z = \frac{\Delta S_{z_0 - z}}{\Delta t}$
- au-dessous du plan de flux nul ($z > z_0$) : $q_z = -\frac{\Delta S_{z_0 - z}}{\Delta t}$

c) Calcul des flux instantanés

Lorsque l'on connaît la relation conductivité hydraulique - teneur en eau $K(\theta)$ et que l'on dispose du profil hydrique et du profil de charge mesurés au temps t , on peut, par simple application de la loi de Darcy, calculer les flux liquides instantanés à n'importe quel point du profil de sol. En effet, à une profondeur z :

$$q_{z,t} = -K(\theta_{z,t}) \left(\frac{dH}{dz} \right)_{z,t}$$

- $\left(\frac{dH}{dz} \right)_{z,t}$ s'obtient à partir du profil de charge ;
- $\theta_{z,t}$ se lit sur le profil hydrique ;
- la valeur de $K(\theta_{z,t})$ est fournie par la fonction $K(\theta)$.

3.3 Détermination in situ des fonctions hydrauliques du sol $h(\theta)$, $K(\theta)$, $D(\theta)$, $c(h)$ et $K(h)$

La détermination sur sol en place des fonctions hydrauliques du sol nécessite généralement des mesures concomitantes de succion et de teneur en eau qui passent le plus souvent par l'installation sur le site d'essai d'un tube d'accès pour sonde à neutrons et d'une série de tensiomètres implantés à différentes profondeurs.

3.3.1 Fonctions $h(\theta)$ et $c(h)$

La relation $h(\theta)$ s'obtient en mesurant simultanément la succion et la teneur en eau dans différentes conditions d'humidité. Cette méthode est limitée à des succions inférieures à 800 cm (800 hPa) qui correspond à la limite de fonctionnement des tensiomètres. Très souvent les difficultés de mise en œuvre des tensiomètres masquent l'hystérèse si bien qu'il ne faut guère s'attendre à voir ressortir des courbes d'humidification et de dessèchement bien distinctes. Pour des valeurs de succion plus élevées, on recourt généralement à des essais de laboratoire dans des marmites à pression. On ajuste fréquemment une expression analytique aux valeurs expérimentales afin d'obtenir une relation mathématique liant la charge de pression h à la teneur en eau θ . Etant donné que $c(h) = d\theta/dh$, la fonction de capacité capillaire $c(h)$ s'obtient par simple dérivation de la relation $\theta(h)$ (Fig. 14).

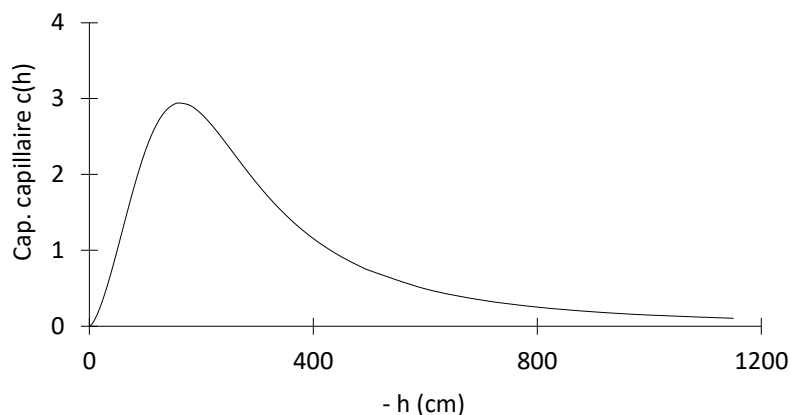


Fig. 14 : Fonction de capacité capillaire

3.3.2 Fonction $K(\theta)$

La détermination in situ de la relation $K(\theta)$ peut se faire par plusieurs méthodes, notamment :

- méthode par infiltration à flux constant ;
- méthode du drainage interne ;
- méthode du bilan naturel ;
- méthodes simplifiées (basées sur des hypothèses simplificatrices, telles que, par exemple, un gradient de charge unitaire), non évoquées dans le cadre de cet ouvrage (Libardy et al., 1980).

Ces méthodes reposent pour la plupart sur l'étude des variations spatio-temporelles de la charge hydraulique et de l'humidité du sol.

a) Méthode par infiltration à flux constant

- Essais en régime permanent

La surface du sol est alimentée à des flux correspondant à des régimes d'infiltration inférieurs à la saturation jusqu'à ce que l'écoulement soit permanent. A ce moment le gradient de succion tend généralement vers zéro et la conductivité hydraulique est égale au flux d'infiltration. En commençant l'essai à un moment où le sol est relativement sec et en réalisant plusieurs paliers d'infiltration pour des flux croissants, on obtient, pour chaque palier, un couple de valeurs conductivité hydraulique - teneur en eau. L'essai ne nécessite pas de tensiomètres, mais uniquement un contrôle précis du flux infiltré et de la teneur en eau. Si l'on suspecte un gradient de charge non unitaire, il faut installer deux tensiomètres pour obtenir la valeur du gradient.

- Essais en régime transitoire

Cette méthode consiste à réaliser une infiltration à flux constant q_s sur sol initialement desséché et à suivre les variations temporelles des profils hydriques et des profils de charge pendant l'infiltration. La conductivité hydraulique, à une profondeur donnée et à un temps déterminé, est calculée à partir de la loi de Darcy :

$$K(\theta) = - \frac{q}{(dH / dz)}$$

On peut donc obtenir la valeur de K en faisant le rapport du flux, à un instant et à une profondeur donnés, au gradient de charge, au même instant et à la même profondeur.

Le flux q_z à travers une section perpendiculaire à l'axe d'écoulement, à la profondeur z , est obtenu par intégration de l'équation de continuité :

$$q_z = q_s - \frac{\Delta S_{0-z}}{\Delta t}$$

Le flux q_s appliqué en surface est connu. La variation de stock est calculée à partir des profils hydriques mesurés aux temps t_i et t_{i+1} ($t_{i+1} - t_i = \Delta t$). Le gradient de charge est donné par la pente du profil moyen de charge à la profondeur sélectionnée. La teneur en eau correspondante est fournie par le profil hydrique moyen.

En effectuant le même cycle d'opérations à différents temps et à différentes sections, on obtient un certain nombre de couples de valeurs (K, θ) qui permettent de tracer la courbe conductivité hydraulique - teneur en eau.

Ces méthodes d'infiltration à flux constant présentent certains inconvénients, notamment :

- nécessité de disposer d'un équipement de qualité pour assurer l'injection d'un flux constant dans le temps et dans l'espace ;
- difficulté à réaliser des apports réduits et donc de déterminer la conductivité hydraulique pour les faibles valeurs d'humidité ou de succion. A la place d'un simulateur de pluie, on peut utiliser des couches de matériaux peu perméables placés à la surface du sol pour limiter le flux appliqué ;
- en cas d'utilisation d'un simulateur, l'impact des gouttes d'eau à la surface du sol peut perturber la couche superficielle.

b) Méthode du drainage interne

Cette méthode consiste à réaliser une infiltration préalable pour amener la teneur en eau du sol à une valeur proche de la saturation. Ensuite la surface du sol est couverte avec un voile étanche de sorte à minimiser l'évaporation ou les apports éventuels. On crée donc artificiellement des conditions d'un flux nul à la surface. Par la suite on mesure périodiquement les profils hydriques et les profils de charge pendant la redistribution. Le calcul de la fonction $K(\theta)$ se fait de la même manière que précédemment avec une valeur nulle du flux en surface.

Le principal inconvénient de cette méthode tient au fait qu'elle est souvent limitée à des valeurs assez élevées d'humidité, car après quelque temps le processus de redistribution devient très lent, voire imperceptible.

c) Méthode du bilan naturel

Il est théoriquement possible d'obtenir la fonction $K(\theta)$ sans couvrir le sol. On aboutit alors à une situation d'évaporation et de redistribution simultanée. Le plan de flux nul qui en résulte permet de calculer le flux en tout point du profil. Cette méthode est délicate d'application car il est souvent difficile de repérer avec précision la position du plan de flux nul.

Expression analytique de la fonction de conductivité hydraulique

Les valeurs expérimentales obtenues par l'une ou l'autre des méthodes précédemment évoquées sont fréquemment ajustées par des relations mathématiques qui doivent être suffisamment versatiles pour pouvoir caractériser les différents sols étudiés. De nombreuses expressions ont été proposées à cet effet (Davidson et al, 1969; Mualem, 1976; Campbell, 1974, etc.), en particulier:

Relation de Gardner (1958) :

$$K(\psi) = \frac{a}{\psi^m + b} \quad \text{ou} \quad K(\psi) = \frac{K_s}{\psi^m / b + 1}$$

a, b et m : constantes du sol

K_s : conductivité hydraulique à saturation

Relation de Brooks-Corey (1966) :

$$K(\psi) = K_s \left(\frac{\psi_e}{\psi} \right)^\lambda \quad \text{ou} \quad K(\theta) = K_s (\theta^*)^N \quad \text{pour } \Psi > \Psi_e$$

$$K = K_s \quad \text{pour } \Psi \leq \Psi_e$$

ψ_e : succion d'entrée d'air ;

λ et N : constantes du sol (λ : indice de distribution des pores) ;

$\theta^* = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$: teneur en eau réduite ;

θ_s et θ_r : teneur en eau à saturation et teneur en eau résiduelle.

Expression de van Genuchten (1980) basée sur le modèle de Mualem (1976)

$$K(\theta) = K_s \theta^{*k} \left[1 - \left(1 - \theta^{*1/m} \right)^m \right]^2$$

$$\text{Ou : } K(\psi) = \frac{K_s \left\{ 1 - (\alpha \psi)^{n-1} \left[1 + (\alpha \psi)^n \right]^{-m} \right\}^2}{\left[1 + (\alpha \psi)^n \right]^{m/2}}$$

k et m : constantes du sol valant 0.5 et $1 - 1/n$, respectivement (Mualem, 1976)

α et n : paramètres de la courbe caractéristique d'humidité du sol

Si la conductivité hydraulique à saturation K_s a été déterminée par ailleurs et si les valeurs de α , n , θ_s et θ_r peuvent être tirées de la fonction caractéristique d'humidité du sol, les relations qui lient la conductivité hydraulique K à la teneur en eau θ ou à la succion ψ sont complètement définies; il est toutefois fortement conseillé de déterminer expérimentalement quelques couples de valeurs (K, θ) ou (K, ψ) de sorte à vérifier et, le cas échéant, caler de façon plus réaliste, la relation fonctionnelle qui lie K à θ ou à ψ .

3.3.3 Fonction $D(\theta)$

On peut obtenir la fonction de diffusivité en recourant à la définition même de la diffusivité, à savoir :

$$D(\theta) = K(\theta) \frac{dh}{d\theta}$$

La pente de la courbe caractéristique d'humidité du sol, à une teneur en eau déterminée, donne directement la valeur du gradient $dh/d\theta$. La conductivité hydraulique correspondante est fournie par la relation $K(\theta)$. Plusieurs méthodes de détermination directe de la diffusivité ont également été proposées (Klute et Dirksen, 1986).

* * * * *